



REVISTA ELECTRÓNICA DE VISIÓN POR COMPUTADOR

**Estimación del movimiento
traslacional en imágenes con
geometría log-polar**

V. J. Traver y F. Pla
Grup de Visió per Ordinador
Dep. de Llenguatges i Sistemes Informàtics
Universitat Jaume I

**Número 6
Marzo 2002**

Estimación del movimiento traslacional en imágenes con geometría log-polar*

V. J. Traver y F. Pla
{vtraver|pla}@uji.es
Grup de Visió per Ordinador
Dep. de Llenguatges i Sistemes Informàtics
Universitat Jaume I
Edifici TI · Campus Riu Sec · E12071 Castelló

Resumen

La transformación log-polar es un modelo de visión espacio-variante ampliamente aceptado y utilizado por la comunidad científica. La geometría log-polar juega un papel fundamental en el campo de la visión activa, pues supone una solución de compromiso entre dos objetivos contrapuestos (un amplio campo de visión y una alta resolución). Dicha solución consiste en una reducción selectiva de información, ofreciendo una resolución que es máxima en el centro de la imagen y que va decreciendo con la excentricidad.

Aunque simplifica ciertas tareas visuales, el dominio log-polar conlleva cierta dificultad en la estimación de la traslación. Sin embargo, la estimación de la traslación resulta de gran importancia para el seguimiento visual activo y, por tanto, se trata de un problema que merece una debida atención.

En este artículo, tras introducir el problema general y exponer brevemente la conversión log-polar, mostramos un método para estimar el movimiento traslacional en imágenes con geometría log-polar.

1 Introducción

El seguimiento visual de objetos móviles es un campo de la visión artificial que ha tenido un importante auge en los últimos años. Esto se debe, en parte, al interés de sus aplicaciones, entre las que se puede encontrar la video-conferencia, la video-vigilancia, el control visual de robots móviles, etc.

Las cámaras CCD convencionales capturan imágenes cartesianas con resolución uniforme. Sin embargo, para ciertas tareas visuales, la utilización de estas imágenes no es la solución más adecuada. Uno de los motivos que sustentan esta afirmación es la enorme complejidad computacional asociada al procesamiento de la gran cantidad de información visual contenida en estas imágenes. Resulta evidente que, en muchos casos, el uso de estas imágenes puede impedir la ejecución en tiempo real de algoritmos de visión.

En contraposición a las imágenes de resolución constante, la visión foveal (o espacio-variante) estudia imágenes con una resolución variable. La resolución es máxima en el centro de la imagen, y decrece con la excentricidad. Con ello se consigue disminuir de una forma drástica la cantidad de información a procesar. Este tipo de geometría resulta muy efectiva cuando el objeto de interés está centrado en la imagen, y por tanto puede observarse con un gran nivel de detalle.

* Este trabajo ha sido parcialmente financiado por los proyectos GV97-TI-05-27 de la *Conselleria d'Educació, Cultura i Ciència, Generalitat Valenciana*, y CICYT TIC98-0677-C02-01 del *Ministerio de Educación y Cultura*.

La menor resolución en la periferia del sensor permite un ahorro importante de recursos, pero evitando, a su vez, que ciertos movimientos periféricos pasen desapercibidos. Suele decirse que la visión central tiene una función *reconocedora*, mientras que la visión periférica cumple un cometido *alertador*.

La idea de un sensor visual con resolución variable tiene una evidente inspiración biológica. De hecho, el ojo humano consta de una fovea, con una gran concentración de fotorreceptores y una zona retínica, donde la densidad de dichos fotorreceptores decrece con la distancia al centro de la fovea. Además, estudios neuro-fisiológicos han conseguido demostrar que la información captada por el ojo es distinta de la que procesa el cerebro en el córtex, y que esta transformación retino-cortical puede modelarse matemáticamente de forma muy exacta mediante una transformación logarítmico-polar (log-polar) [15].

De este modo, la geometría log-polar se ha utilizado como modelo fundamental en visión artificial para construir cámaras foveales [12, 14, 16, 19], para simular la transformación por *software* [3], o para implementar soluciones mixtas [4]. El dominio log-polar no sólo posibilita la importante reducción selectiva de información a la que se ha aludido antes, sino que, además, posee otras interesantes propiedades. Una de las más notables, la llamada invarianza a la rotación y al escalado, consiste en que rotaciones y escalados centrados en el origen pasen a ser simples traslaciones en el plano log-polar. Existen muchos trabajos que explotan esta característica, para conseguir reconocimiento de formas invariante a escalados y rotaciones [2, 17], para simplificar el cálculo del tiempo al impacto [18], etc.

Pero si existe un movimiento relativo entre observador y objeto, éste último no estará siempre centrado, a menos que, de forma activa, consigamos que ésto sea así. Por este motivo, la visión espacio-variante no puede separarse de la visión activa [1]; de hecho, puede argumentarse que no tiene sentido sin ella [10]. Para conseguir tener el objeto centrado en todo momento, será necesario poder estimar su movimiento. Así la cámara podrá moverse de forma apropiada para compensar el desplazamiento del objeto, obteniendo un movimiento relativo neto nulo (es decir, el objeto seguirá centrado).

De estas observaciones se deduce que estimar la traslación de un objeto móvil es un aspecto crucial para poder realizar un efectivo seguimiento visual activo. Sin embargo, la geometría log-polar, pese a sus evidentes ventajas para resolver algunos problemas, complica significativamente la estimación de una traslación. Resolver la estimación de la traslación en imágenes con geometría log-polar permitirá no renunciar a sus numerosas ventajas. En este artículo presentamos un método para poder estimar movimientos traslacionales en el plano log-polar. En el apartado 2 se define el modelo de transformación log-polar utilizado en este trabajo. El apartado 3 presenta el método y un algoritmo para estimar los parámetros de la traslación. Los resultados experimentales se recogen en el apartado 4, y las conclusiones en el apartado 5.

2 Conversión log-polar por software

Actualmente sólo existen sensores hardware con geometría log-polar como prototipos de investigación, o con una incipiente comercialización [14]. Este es el motivo principal por el que numerosos investigadores trabajan con imágenes con el formato log-polar obtenidas, por conversión *software*, a partir de imágenes cartesianas. Existen distintas alternativas para definir la geometría log-polar, algunas de las cuales se recogen en [3]. En el presente trabajo utilizamos la propuesta de Jurie [9], según la cual, las coordenadas log-polares (ξ, η) se definen como:

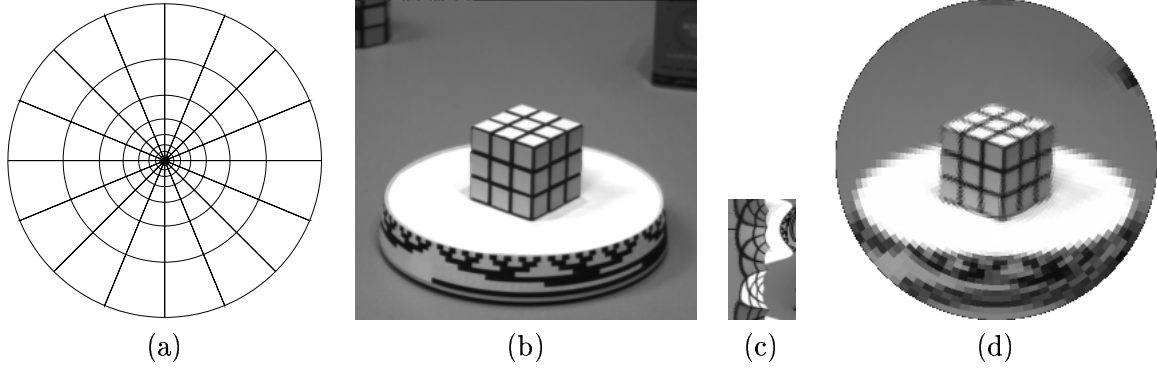


Figura 1: Transformación log-polar: (a) ejemplo de rejilla (10×16), (b) imagen cartesiana original 256×240 , (c) imagen cortical 50×90 , (d) imagen retínica 256×240

$$(\xi, \eta) = \left(\log_a \left(\frac{\rho + \rho_0}{\rho_0} \right), \theta \right)$$

donde (ρ, θ) son las coordenadas polares, definidas de la forma usual a partir de las coordenadas cartesianas (x, y) :

$$(\rho, \theta) = \left(\sqrt{x^2 + y^2}, \arctan \frac{y}{x} \right)$$

y a y ρ_0 son parámetros de la transformación, que se calculan en función del número de anillos (R) y del número de sectores (S) elegidos. En la figura 1(a) se muestra un ejemplo de la geometría log-polar para un tamaño de sensor log-polar de 10×16 ($R = 10$ anillos radiales, $S = 16$ sectores angulares). En la misma figura se ilustra la transformación log-polar de una imagen cartesiana 256×240 (figura 1(b)). Se puede apreciar la importante reducción de información que se consigue, comparando el tamaño de la imagen original con el de la imagen cortical resultante 50×90 (figura 1(c)). Puede notarse también el efecto de la resolución variable observando la imagen retínica (figura 1(d)) que resulta de realizar la transformación inversa.

3 Método de estimación de la traslación

3.1 Fundamento teórico

El movimiento 3D de un objeto puede ser arbitrariamente complejo. La traslación, sin embargo, es parte fundamental del movimiento y, por ello, su estimación en el plano imagen resulta importante. No obstante, precisamente ésta es una tarea que puede resultar más sencilla en el dominio cartesiano que en el (log-)polar. Como se ha comentado en la introducción, la invarianza a la rotación y al escalado son propiedades de la transformación log-polar bien conocidas en la literatura [8]. Que rotaciones y escalados respecto al centro de la imagen pasen a ser simples traslaciones en el plano log-polar puede ser utilizado para detectar y estimar más fácilmente estos movimientos, detectando y estimando simples traslaciones. Ahora bien, una traslación en el dominio cartesiano, ¿en qué se transforma en el espacio log-polar? ¿Puede ser que la

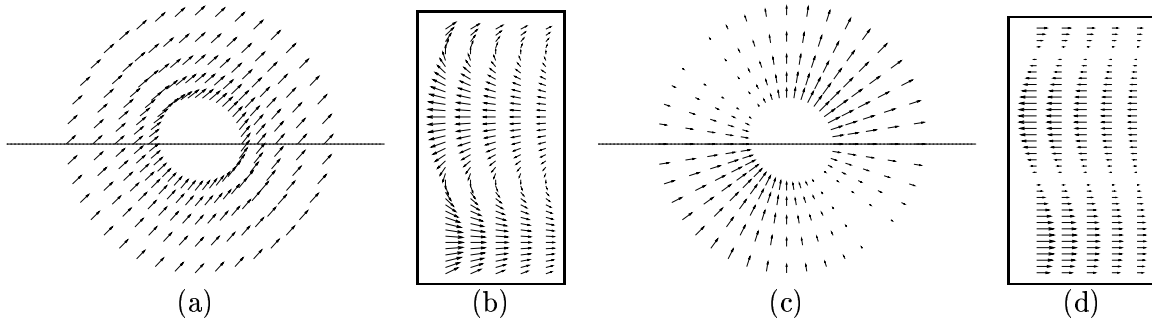


Figura 2: Los vectores traslación (a y b) y sus proyecciones radiales (c y d) en los planos retínico (a y c) y cortical (b y d).

traslación se corresponda con un cierto patrón de movimiento en log-polar? ¿Puede identificarse este “patrón” para estimar el movimiento traslacional?

En relación con estas cuestiones, es interesante la observación que realizan Panerai *et al.* [11]. Sea \vec{v} un vector traslación en un punto P del plano imagen. La proyección del vector \vec{v} sobre la recta que pasa por P y por el origen de coordenadas da lugar a un vector proyección $\Delta\rho$. Si se calcula este vector proyección en los diferentes puntos de la rejilla log-polar (figura 1(a)), se puede comprobar que, para un mismo vector traslación \vec{v} , la magnitud del vector proyección $\Delta\rho$: (a) es máxima a lo largo de la dirección del movimiento, (b) es constante a lo largo de una misma dirección radial, y (c) varía de forma sinusoidal con el ángulo polar.

Esta idea se ilustra en la figura 2. Por un lado se muestran los vectores traslación $\vec{v} = (7, 7)$ (figura 2(a)), y por otro sus proyecciones radiales (figura 2(c)). Se puede observar cómo el módulo de los vectores proyección es máximo la dirección del movimiento (en este caso, en la diagonal del primer cuadrante), y van disminuyendo conforme el ángulo de las direcciones radiales difiere del ángulo de la dirección de movimiento. En la dirección perpendicular al movimiento, por ejemplo, los vectores proyección se anulan. También se aprecia que el sentido de los vectores proyección también cambia. Así, por ejemplo, en la misma dirección pero en el sentido opuesto del movimiento (en este caso, la diagonal del tercer cuadrante), los vectores proyección son también de la máxima magnitud, pero de sentido opuesto. Por sentido “opuesto” se quiere decir que unos vectores apuntan hacia el exterior y otros hacia el origen de coordenadas. Los vectores proyección, que en el plano cartesiano tiene distintas orientaciones, pasan a ser todos paralelos entre sí en el plano cortical (figura 2(d)), pues coinciden con direcciones radiales, es decir, con el eje radial del espacio log-polar.

3.2 Algoritmo basado en la transformada de Fourier

De esta manera, si estimamos estos vectores proyección $\Delta\rho(\eta)$ en cada dirección η en la imagen log-polar, podremos recuperar la magnitud y dirección de la traslación. Para ello nos basaremos en las imágenes corticales anterior y posterior a la traslación, I_1 e I_2 , respectivamente. De acuerdo con la observación teórica realizada, $\Delta\rho(\eta)$ será una función senoidal, cuya amplitud y desfase nos permitirá conocer el vector de movimiento.

Una forma de proceder es calculando la transformada de Fourier discreta (TFD) de $\Delta\rho(\eta)$. Dado que esta función será, básicamente, una función seno, bastará con utilizar el primer armónico

Algoritmo 1 Estimación de la traslación en log-polar utilizando la transformada de Fourier

Entrada: I_1 y I_2 , dos imágenes foveales consecutivas

Salida: $\hat{\rho}$ y $\hat{\theta}$, las estimaciones de la magnitud y dirección de la traslación

1. Estimar $\Delta\rho(\eta)$ mediante alguna correlación unidimensional \mathcal{C} (e.g., SSD)

$$\Delta^*\rho(\eta) = \arg \min_{\Delta\rho} \mathcal{C}(I_1(\xi, \eta), I_2(\xi + \Delta\xi(\Delta\rho), \eta))$$

2. Calcular la transformada discreta de Fourier (TDF) de $\Delta\rho(\eta)$

$$\mathcal{D}\rho(k_\eta) = \mathcal{F}\{\Delta\rho(\eta)\}$$

3. Derivar las estimaciones de la magnitud y dirección de la traslación ($\hat{\rho}, \hat{\theta}$) a partir del primer armónico de $\mathcal{D}\rho(k_\eta)$

$$\hat{\rho} = \alpha_1 \cdot |\mathcal{D}\rho(1)|$$

$$\hat{\theta} = \arg(\mathcal{D}\rho(1))$$

de la transformada de Fourier para aproximarla. Sea $\mathcal{D}\rho(k_\eta)$ la TDF de $\Delta\rho(\eta)$. La magnitud del movimiento vendrá dada por la amplitud del primer armónico, i.e., $\alpha_1 \cdot |\mathcal{D}\rho(1)|$, siendo α_1 una constante que depende de cómo se haya calculado, exactamente, la TDF, así como del número de datos utilizados para obtener dicha transformación (en nuestro caso, y usando la FFTW 2.1.3 [5], $\alpha_1 = 2/S$). Por otro lado, la dirección de movimiento viene dada por la fase de este primer armónico, i.e., $\arg(\mathcal{D}\rho(1))$.

Pero antes de poder aplicar la TDF, debemos estimar $\Delta\rho(\eta)$ para cada $\eta \in \{0 \dots, S-1\}$, por ejemplo, utilizando alguna medida de correlación. Sea $\Delta^*\rho(\eta)$ la estimación del verdadero valor de $\Delta\rho(\eta)$. Podemos realizar la estimación con alguna medida de correlación unidimensional \mathcal{C} a lo largo de cada dirección radial en cada orientación η :

$$\Delta^*\rho(\eta) = \arg \min_{\Delta\rho} \mathcal{C}(I_1(\xi, \eta), I_2(\xi + \Delta\xi(\Delta\rho), \eta))$$

donde $\Delta\xi(\Delta\rho) = \log_a \left(\frac{\rho + \rho_0 + \Delta\rho}{\rho + \rho_0} \right)$, y $\rho = \rho(\xi)$. El algoritmo 1 esquematiza los pasos necesarios.

3.3 Variantes del método

En este apartado resumimos varias ideas que hemos incorporado para mejorar la robustez y precisión de la formulación básica del algoritmo descrito anteriormente.

Correlación de la fase. Respecto a la medida de correlación \mathcal{C} , Panerai *et al.* [11] sugieren el uso de la conocida suma de diferencias al cuadrado (SDC). El inconveniente de este tipo de medidas de correlación es que debe elegirse el número de valores $\Delta\rho$ a probar, así como el conjunto concreto de valores a utilizar. Una alternativa interesante que hemos probado es el conocido método de correlación de la fase [13]. Este método se basa en el teorema de desplazamiento de la transformada de Fourier. Su aplicación a nuestro problema nos permitirá estimar $\Delta\rho$ en una dirección dada encontrando un pico en la transformada de Fourier inversa del espectro de energía cruzado y normalizado:

$$\bar{C}_{1,2}(k_\xi) = \frac{\mathcal{I}_2^\eta(k_\xi)\mathcal{I}_1^{\eta*}(k_\xi)}{|\mathcal{I}_2^\eta(k_\xi)\mathcal{I}_1^{\eta*}(k_\xi)|},$$

donde $\mathcal{I}_i^\eta(k_\xi)$ es la TDF de $I_i^\eta(\xi) = I_i(\xi, \eta)$, $i = 1, 2$, y $\mathcal{I}_1^{\eta*}$ denota el conjugado complejo de \mathcal{I}_1^η .

Notemos que, para una correcta aplicación del método de correlación de la fase, tenemos que muestrear $I_i^\eta(\xi)$ *linealmente*, no logarímicamente. Por lo tanto, en el caso discreto, $I_2^\eta(\xi_j + \Delta\rho)$ se calcula como $I_2^\eta(\xi_j + \Delta\xi_j(\Delta\rho))$. Además, para tratar de minimizar el efecto “borde” y el problema del “*spectral leakage*” de la TDF, se aplica una ponderación de los niveles de gris mediante una ventana (*windowing*) tipo Gaussiano [7, 13], antes de realizar la TDF.

Sector “extendido” y sectores de apoyo. Por otro lado, para hacer el método más robusto al ruido y a los efectos de la resolución, hemos realizado experimentos aplicando la correlación no sólo sobre un sector radial η , sino también considerando el sector justo en la dirección opuesta (i.e., η y $\eta + \eta(\theta(\eta) + \pi)$), formando así un sector “extendido” de $2R$ pixels. Además, al realizar la correlación en la dirección dada por η , hemos considerado también los sectores vecinos $\eta + b$ (típicamente, $b \in \{-1, 1\}$). Estas medidas adicionales pueden aplicarse independientemente de la medida de correlación utilizada, sea o no la técnica de correlación de la fase.

Suavizado. Por último, la naturaleza discreta de la transformación log-polar provoca que $\Delta^*\rho(\eta)$ difiera, en ocasiones, del valor teóricamente correcto $\Delta\rho(\eta)$. Para aminorar este problema, hemos realizado pruebas con dos técnicas de filtrado, que hemos aplicado sobre $\Delta^*\rho(\eta)$ antes de calcular la TDF: el conocido filtro mediana, con una anchura de ventana w_M , y un filtro gaussiano, con una ventana de anchura w_G .

4 Resultados experimentales

Para probar el método y las variantes propuestas, aplicamos una traslación a imágenes cartesianas, las cuales, convertidas al formato log-polar, son las entradas al algoritmo. De este modo conocemos la verdadera magnitud ρ_T y dirección θ_T del “movimiento”. Sus unidades de medida son pixels cartesianos y radianes, respectivamente. Las estimaciones de estos valores serán $\hat{\rho}_T$ y $\hat{\theta}_T$.

La figura 3 muestra la estimación $\Delta^*\rho(\eta)$ para cada η . Las funciones seno que se superponen a los valores estimados representan los movimientos verdadero y estimado. La amplitud de estas ondas sinusoidales representa, como se ha indicado antes, la magnitud del movimiento. Por otro lado, la fase de las ondas representa la dirección de dicho movimiento. En el caso de la figura, a la imagen del cubo de *Rubik* (figura 1) se le ha aplicado un movimiento ($\rho_T = 3, \theta_T = 0$). Las imágenes corticales utilizadas aquí son de 40×60 pixels. Esto representa una reducción de la información en un factor 25 respecto a las imágenes cartesianas originales. La figura 3(a) corresponde a la aplicación del método original. Los parámetros de la traslación estimada son ($\hat{\rho}_T = 2.66, \hat{\theta}_T = -0.19$), lo que representa un error del 11% en magnitud y de 11° en la dirección. Puede apreciarse en la figura 3(a) que la estimación está afectada por valores ruidosos en la estimación de $\Delta^*\rho(\eta)$. Tras aplicar un filtro mediana a estas estimaciones $\Delta^*\rho(\eta)$, la precisión de la traslación estimada mejora, pasando a unos valores ($\hat{\rho}_T = 3.15, \hat{\theta}_T \approx 0.00$). Esto supone un error de sólo el 5.1% en magnitud y de 0.2° en orientación. Gráficamente se puede comprobar la mejor estimación observando como las dos funciones sinusoidales casi se solapan en la figura 3(b).

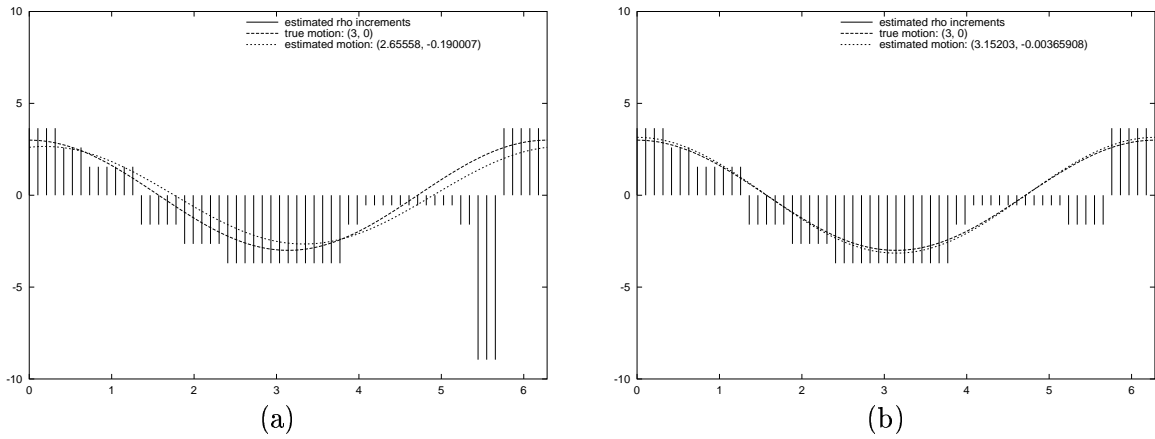


Figura 3: Efecto, sobre la estimación del movimiento, de un filtro mediana ($w_M = 9$) para suavizar $\Delta^* \rho(\eta)$. En (a) no se aplica el suavizado, en (b) sí.

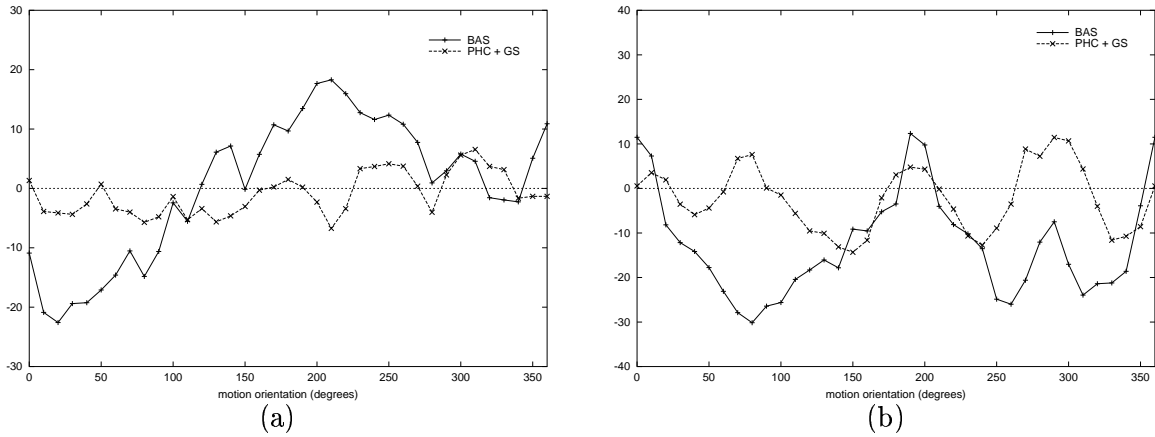


Figura 4: Error de estimación para una traslación de magnitud constante, variando la dirección de movimiento (BAS = método básico, PHC+GS = correlación de la fase y suavizado Gaussiano). En (a) se muestra el error absoluto de la dirección estimada ($\theta_T - \hat{\theta}_T$) y en (b) se muestra el error relativo de la magnitud estimada ($\frac{\rho_T - \hat{\rho}_T}{\rho_T} \cdot 100$).

El error de estimación depende de varios factores. Para observar cómo varía el error, repetimos el experimento variando la dirección de movimiento. En la figura 4 se visualiza los errores de estimación, comparando los resultados del método básico con los resultados que se obtienen aplicando la técnica de la correlación de la fase y el filtrado Gaussiano ($w_G = 0.3S$). Puede observarse cómo, utilizando la correlación de la fase en lugar de la SDC, el error de estimación se reduce significativamente. Así, puede apreciarse en la figura 4(a) que el error máximo en el caso del método básico es bastante grande, en comparación con el que resulta de utilizar la correlación de la fase para la estimación de los $\Delta^* \rho(\eta)$.

Otros experimentos realizados con otras imágenes dan resultados similares a los incluidos aquí. Dado que la estimación de las proyecciones $\Delta\rho$ no resulta ser muy exacta, la magnitud de la traslación estimada tampoco lo es. Sin embargo, por la naturaleza del método, la dirección del movimiento suele estimarse mejor. Por otro lado, no hay que olvidar que, al trabajar en imágenes espacio-variantes, la precisión y fiabilidad de la información no es la misma, como se ha comentado, en todos los puntos del plano imagen. Debido a ello, las traslaciones a estimar no pueden ser muy grandes. Esto, que podría ser una restricción importante en otros problemas, tales como el registrado de imágenes [6], no lo es en el contexto de la visión activa, pues se espera que, con un seguimiento efectivo, el objeto a seguir esté centrado o casi centrado, por lo que la traslación a estimar sería simplemente la discrepancia entre el movimiento relativo entre la cámara y el objeto móvil. Dicho de otro modo: en un seguimiento *ideal* la traslación es nula.

5 Conclusiones

Pese a que la estimación del movimiento traslacional pueda resultar más difícil en el plano log-polar que en coordenadas cartesianas, se trata de un problema que es necesario resolver para poder seguir utilizando las ventajas que, en otras tareas visuales, ofrece el dominio log-polar. En este artículo hemos abordado este problema según la metodología propuesta en el apartado 3. Se ha descrito la idea básica del método, así como posibles extensiones y mejoras. Los resultados experimentales incluidos muestran que el método, aunque teóricamente válido, estima mejor la dirección del movimiento que su magnitud. Para realizar un seguimiento activo, el método puede ser de utilidad, pudiendo mejorar las prestaciones si se combina con algún mecanismo de predicción de movimiento como, por ejemplo, un filtro de Kalman.

Referencias

- [1] Y. Aloimonos. Introduction: Active vision revisited. En Y. Aloimonos, editor, *Active Perception*, tomo I de *Advances in Computer Science Series*. Lawrence Erlbaum Associates, 1993.
- [2] M. Bishay, R. A. Peters II, y K. Kawamura. Object detection in indoor scenes using log-polar mapping. En *IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation*, páginas 775–780. San Diego, CA, 1994.
- [3] Marc Bolduc y Martin D. Levine. A review of biologically motivated space-variant data reduction models for robotic vision. *Computer Vision and Image Understanding (CVIU)*, 69(2):170–184, febrero 1998.
- [4] J. Ruiz del Solar, C. Nowack, y B. Schneider. VIPOL: A virtual polar-logarithmic sensor. En *SCIA*, páginas 739–744. Finland, 1997.
- [5] Matteo Figo y Steven G. Johnson. *FFTW User's Manual*. Massachusetts Institute of Technology, noviembre 1999. <http://www.fftw.org>.
- [6] Lisa Gottesfeld Brown. A survey of image registration techniques. *ACM Computing Surveys*, 24(4):325–376, diciembre 1992.

- [7] Fredric J. Harris. On the use of window for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. *Proc. of the IEEE*, 66(1):51–83, enero 1978.
- [8] Kazuhiro Hotta, Takio Kurita, y Takethoshi Mishima. Scale invariant face recognition method using spectral features in log-polar image. En *Applications of Digital Image Processing XXII (SPIE Proc.)*, páginas 33–43. 1999.
- [9] F. Jurie. A new log-polar mapping for space variant imaging. Application to face detection and tracking. *Pattern Recognition*, 32:865–875, 1999.
- [10] Volker Krüger. *Optical Flow Estimation in the Complex Logarithmic Plane*. Proyecto Fin de Carrera, Lehrstuhl für Kognitive Systeme, Institut für Informatik und Praktische Mathematik, 1995.
- [11] F. Panerai, C. Capurro, y G. Sandini. Space variant vision for an active camera mount. Informe Técnico TR 1/95, LIRA, DIST, Univ. Genova, Italy, febrero 1995.
- [12] Fernando Pardo-Carpio. *Sensor Retínico Espacio Variante Basado en Tecnología CMOS*. Tesis Doctoral, Dept. Informàtica i Electrònica, Universitat de València, septiembre 1997.
- [13] F. Pla y M. Bober. Estimating translation/deformation motion through phase correlation. En A. del Bimbo, editor, *Intl. Conf. on Image Analysis and Processing (ICIAP)*, páginas 653–660. Springer-Verlag, Florence, Italy, 1997. Lecture Notes in Computer Science.
- [14] Giulio Sandini, Paolo Questa, Danny Scheffer, Bart Dierickx, y Andrea Mannucci. A retina-like CMOS sensor and its applications. En *Proc. 1st. IEEE SAM Workshop*. Cambridge, USA, marzo 2000.
- [15] Samir Shah y Martin D. Levine. Information processing in primate retinal cone pathways: A model. Informe Técnico TR-CIM-93-18, Center for Intelligent Machine, McGill University, Montreal, Québec, Canada, diciembre 1993.
- [16] Cheon W. Shin, Swiji Inokuchi, y Kwang I. Kim. Retina-like visual sensor for fast tracking and navigation robots. *Machine Vision and Applications*, 10:1–8, 1997.
- [17] A. L. Thornton y S. J. Sangwine. Colour object recognition using phase correlation of log-polar transformed Fourier spectra. En *3rd. Intl. Workshop on Image & Signal Processing*, páginas 615–618. Elsevier Science B. V., Manchester, UK, noviembre 1996.
- [18] Massimo Tistarelli y Giulio Sandini. On the advantages of polar and log-polar mapping for direct estimation of time-to-impact from optical flow. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI)*, 15:401–410, 1993.
- [19] Robert Wodnicki, Gordon W. Roberts, y Martin D. Levine. A foveated image sensor in standard CMOS technology. En *Custom Integrated Circuits Conf.* Santa Clara, mayo 1995.